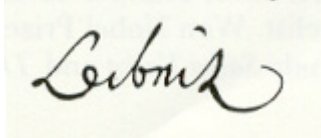


## Information du lecteur

A handwritten signature of 'Leibniz' in cursive script on a light-colored background.

La première partie du document ci-après correspond au manuscrit de trois pages du 15 mars 1679 de Leibniz, conservé à la bibliothèque de Basse-Saxe à Hanovre. La deuxième partie correspond à la traduction française faite par Yves Serra (pour BibNum) de ce manuscrit.

*(ci-contre, Leibniz, tableau de Francke, vers 1700 – musée de Brunswick)*







100100  
100000  
100000  
100000  
100000

$$\begin{array}{r} 10110110 \\ 16100101 \\ 1001100 \\ 1010101 \\ 1101101 \\ \hline 110001101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 111011 \\
 + 100110 \\
 + 101010 \\
 + 111001 \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 + 1011011 \\
 + 1001100 \\
 + 1010100 \\
 + 1110010 \\
 \hline
 10000000 \\
 + \\
 + \\
 + \\
 + \\
 + \\
 +
 \end{array}$$

[illegible]

+  
+  
+

-

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

[illegible]

$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

$\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

[illegible][illegible]

+ +  
+ +

- -

$\frac{1}{2}$

[illegible]

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$



Tabulae ad Multiplicationes ubi nup. patet nihil facilius  
 fieri posse. Num nulla op. ex Tabula pythagorica  
 hoc tota ex multiplicata nullam aliam multiplicandam iam notam  
 posse proponere. Tamen enim habetur numerus aut eiq. hoc  
 0.

$$\begin{array}{r}
 101101 \\
 1100 \\
 \hline
 101101 \\
 101101 \\
 \hline
 1000000110
 \end{array}$$

Frigendi calidum fieri posset per marinam, sine rotis  
 hoc inderet. ~~quod si pane facillimum et sine punctis; sit~~  
~~partes per se proprias et ut tunc ubi est representantibus~~  
~~in quibusdam aspectibus et claudere possunt, aperiantur~~  
~~et perinde ipsi~~  
 per marinam. cum rotis ~~videtur~~ et quam  
 si per se perforata ut ut primum aperiri et claudere  
 possunt aperta in hoc respondentibus ipse 1. clausa manent  
 in hoc respondentibus ipse 0. per hoc aperta deponat  
 cubulos vel rotas orbiculos in crenas per alios nubes, et  
 ita promota et de columnis in columnas per portat, ut  
 multiplicatae rotulae alio respondent columnas nec  
 possit orbibus et ex una crena in aliam ire nisi  
 hoc posset, in ista matricula ubi globuli effluunt  
 super in sequentes crenas semper super uno qui in crenas  
 clausus ipsum implens manet. si quidem per portam  
 haurire vult per crenam et ita in istam portam ut per  
 semper simul effluant recipiunt, alioquin non effluunt;

Diviso in hoc calendo sit tum sine tabula  
 pythagorica, tum etiam sine lentatione

Vnde quomodo compendiosissime.

$$\begin{array}{r}
 101010101 \\
 1010 \\
 \hline
 100100
 \end{array}$$

Non op. debet sufficere  
 vel sit metus probatur dividendi  
 subtrahendi divisore hoc modo  
 quodammodo probatur

$$\begin{array}{r}
 1010100 \\
 1010 \\
 \hline
 100100 \\
 11 \\
 \hline
 1010100 \\
 11
 \end{array}$$

Vnde nota per:

ubi illud nota si debeat absolvere  
 1 a 0 subtrahere te quasi adperet  
 1. debet fieri 0 ex ipso quod si vero non sequatur 1. per 0  
 tantum omnia 0 quod sequatur mutatur in 1. per primum 1. quod  
 ex eapit. (clausa a dextera vult finem mutatur in 0. per  
 ut in clausa, nisi quod ibi mutatur 0 in 1.

$$\begin{array}{r}
 1010100111 \\
 1010100111 \\
 \hline
 1010100111
 \end{array}$$

# Traduction du fac-similé du manuscrit de Leibniz du 15 mars 1679, « De Progressione Dyadica »

## PREMIÈRE PAGE DU MANUSCRIT

15 Mars 1679

### Le système de numération binaire

#### Numération

La séquence ci-contre peut facilement être continuée, en allant de droite à gauche, on écrit des zéros tant que le chiffre à la verticale est un 1 puis quand, également à la verticale, on a un 0, on écrit un 1 et il est inutile d'aller plus loin car les autres chiffres restent les mêmes que sur les lignes supérieures.

Ainsi, nous avons :

1010111 87

1011000 88

C'est la même chose que si on disait 1011000 correspond à

$$2^6 + * + 2^4 + 2^3 + * * *$$

$$64 + 16 + 8 = 88$$

Car 1 à la quatrième place, donc 1000, signifie la troisième puissance de la base du système de numération, comme il signifie dans le système habituel la troisième puissance de dix, et mille, il représente ici la troisième puissance de deux, à savoir huit.

De même, le 1 à la cinquième place représente la quatrième puissance, soit 16, dans la sixième, cela représente la cinquième puissance, c'est à dire 32 et dans la septième place la sixième puissance, donc 64.

Il convient de noter que, si on va d'en haut vers le bas dans la séquence, un chiffre du nombre supérieur se retrouve en dessous dans les nombres inférieurs sur un intervalle régulier puis change et alterne à nouveau après le même intervalle. À la deuxième place, qui correspond au carré, le chiffre change après trois lignes, à la troisième place qui vaut pour la troisième puissance, après sept lignes intermédiaires, à la quatrième place qui correspond à la quatrième puissance, après quinze.

Une manière commode de convertir l'expression décimale d'un certain nombre en binaire peut maintenant être présentée. Prenons le nombre 365, on prend successivement la moitié, puis la moitié de la moitié et on écrit respectivement le reste à côté de ces demi valeurs. Ces nombres montrent, une fois écrits l'un à côté de l'autre en mettant tout à fait à gauche le plus bas des chiffres l'expression binaire cherchée.

La même méthode peut être appliquée pour convertir un nombre quelconque d'un système à l'autre.

365	
182	1
91	0
45	1
22	1
11	0
5	1
2	1
1	0
	1

Ainsi, 365 s'écrit 101 101 101, à savoir :

100000000	256
1000000	64
100000	32
1000	8
100	4
1	1
	365

Selon une procédure semblable, un nombre binaire est également transformé en décimal, il suffit d'ajouter les puissances de deux exprimées en décimal, comme ici 256, 64, etc., ou aussi, en divisant le nombre binaire donné par l'expression binaire de dix, auquel cas il faut écrire respectivement le reste de manière déjà mentionnée, p. ex. :

On divise 101101101 par 1010  
 100100 (1. Quotient)  
           Le reste est 101 soit 5  
 11      (2. Quotient)  
           Le reste est 110 soit 6  
           Reste      11 soit 3

													1						
												+	+	0	1				
+	0	+	+	0	+	1	0	1	∫		+	0	0	+	0	0	∫	1	1
+	0	+	0	0	+	0						+	0	+	0	0			
			+										+	0	+				



## PREMIÈRE PAGE DU MANUSCRIT, EN HAUT À GAUCHE

De là il est évident que les 0 et 1 se suivent : d'abord en changeant à chaque ligne, puis toutes les quatre, ensuite toutes les huit etc., dans une progression géométrique. De la même manière, la succession des nombres de deux chiffres puis trois, etc. est également à examiner pour clarifier leur progression avec la valeur de la base dont ils sont dérivés. De même la progression des puissances.

## PREMIÈRE PAGE DU MANUSCRIT, EN HAUT À DROITE

Dans le système de numération binaire, la multiplication est parfaite, car elle se fait par simple addition sans avoir besoin, comme d'habitude, de la table de Pythagore.

## DEUXIÈME PAGE DU MANUSCRIT

Additionner les nombres par cette méthode est tellement facile que vous pouvez écrire directement les totaux sans écrire de nombres intermédiaires. Par exemple, j'écris le premier nombre :

10110

Puis

11011

Et j'écris immédiatement :

1000001 (*\*NdT en fait 110001*)

Ou, si plusieurs nombres sont à ajouter en colonne par exemple :

1332223210

10110110

11100101

1001100

1010111

11011011

---

1100011001

Il faut compter les 1 dans une colonne, si leur nombre est pair, alors il faut écrire zéro dessous et transférer la moitié du nombre d'unités à la colonne suivante, soit en points ou en chiffres ordinaires. Il suffit de compter les unités dans ce système, alors que dans le système décimal, il est nécessaire au minimum que vous puissiez ajouter des chiffres simples, par exemple :  $8 + 5 = 13$ ; celui qui ne sait pas ce résultat ne peut additionner commodément dans le système décimal.

Avec la même méthode, la soustraction va également très facilement et même également le mélange de soustraction et d'addition. En effet il suffit de regrouper des unités ensemble. Si, cependant, l'addition et la soustraction sont mélangées, une unité à additionner doit être imputée sur chaque unité à soustraire, pour qu'elles s'annulent mutuellement.

Par exemple, on commence dans la colonne A avec un L, où 1 est présent avec un signe plus. C'est donc 1 qui est compensé avec l'autre 1 avec un signe négatif dans P, que l'on marque d'un point. De même +1 en M est également compensé

par -1 en S et on met un point. Enfin, le +1 en N, avec -1 en W et on met un point.

A			
L	1.	+	10110111
M	1.	+	1001101
N	1.	+	1010101
P	1.	-	1110011
Q	0	-	0
R	1	+	1
S	1.	-	-1
T	1	+	1
V	1	+	1
W	1.	-	-1

Tous les (-1) sont marqués par un point, et il ne reste qu'à compter les (+1) non marqués d'un point, et à les transférer avec leur signe sur la colonne suivante, soit ici avec +, ou avec - si il y avait plus de (-1) que de (1).

Il doit aussi être considéré que pour un nombre à soustraire on peut utiliser son complément à 1000000 (par exemple), et alors on n'a pas besoin de soustraction, mais seulement d'addition, selon la procédure que j'ai aussi énoncée par ailleurs pour le système décimal.

Exemple: Soustraire le nombre: 110101  
 qui est à soustraire de: 1000000  
 Alors, le résultat est manifestement 001011  
 Alors si vous rajoutez ceci: 110101  
 Cela donne à nouveau: 1000000

On peut immédiatement noter les chiffres du complément, en partant du premier chiffre de la droite, en prenant le contraire du chiffre original (nombre à soustraire), soit 0 transformé en 1 et 1 en 0. En outre, il est noté qu'à la fin, il faut soustraire une unité de la colonne suivante, et ajouter une unité si l'on veut effectuer la soustraction par une simple addition au moyen du complément.

### TROISIÈME PAGE DU MANUSCRIT

Je voudrais passer maintenant à la multiplication. Ici, il est encore clair que l'on ne peut imaginer quoi que ce soit de plus facile. Parce que vous n'avez pas besoin de table de Pythagore, et cette multiplication est la seule qui ne nécessite pas de connaissances. On n'écrit en effet que le nombre lui-même ou à sa place un 0.



$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \phantom{1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1} 1\ 1\ 1\ 0 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0 \\
 \phantom{1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0} 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \phantom{1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1} 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1 \\
 \hline
 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0
 \end{array}$$

Ce type de calcul pourrait également être réalisé avec une machine (sans roues), de la manière suivante certainement très facilement et sans effort. Avec une boîte munie de trous, qui peuvent être ouverts et fermés. Ils sont ouverts ou fermés aux places qui correspondent avec une petite roue à 2 dents.

Les trous sont ouverts à l'endroit qui correspond à 1 et restent fermés à l'endroit qui correspond à 0. Par les trous ouverts, tomberont des petits cubes ou des billes dans des rigoles, et rien au travers des trous fermés. La boîte est décalée de colonne en colonne, comme la multiplication l'exige.

Les rigoles représentent les colonnes, et aucune bille ne devrait pouvoir sortir d'une rigole vers l'autre, à moins d'un mouvement de la machine.

Ensuite toutes les billes roulent dans la rigole suivante, une étant prise et l'autre tombant dans un trou (et remplit alors une base), une seule bille passant par la porte. Car la chose peut être organisée ainsi que deux billes sortent nécessairement toujours ensemble, et autrement ne doivent pas sortir.

La division se fait par ce calcul sans table de Pythagore et sans tâtonnements. Voyons quel est le chemin le plus court :

Dividende  $\overline{101101101}$  Reste  
 Diviseur 1010 100100 quotient

On n'a pas besoin de rayer, il suffit ainsi de l'écrire.

Vous écrivez le dividende mieux ainsi : 101101101  
 Puis le diviseur, 1010 100100 quotient

$$\begin{array}{r}
 001 \\
 1101 \\
 100100 \\
 1010 \quad 11
 \end{array}$$

Et le mieux, comme habituellement ainsi:

$$\begin{array}{r}
 01 \\
 \overline{1101} \\
 100100 \quad \overline{) 11} \\
 \overline{10100} \\
 \overline{101}
 \end{array}$$

Il faut considérer que lorsqu'on doit enlever 1 de 0, on écrit ainsi, comme si 1 était à la place de 0. Mais avec le mécanisme que le 1 suivant devient 0. Si ce n'est toutefois pas 1, mais 0 qui suit, alors le mécanisme change chaque 0 suivant en 1, jusqu'au premier 1, qui met fin à la série de 0 (si on va de droite à gauche), et ce 1 est transformé en 0, tout comme en notation décimale on aurait transformé 0 en 9.



*(traduction d'Yves Serra, décembre 2010)*